------مجلة علوم الرافدين، المجلد 25، العدد 2، ص122-131، 2014------

# اقتراح أنموذج كوني لتفسير الاتساع المعجل ومطابقته مع البيانات الارصادية

**مؤيد عزيز العبيدي** **سجى إسماعيل خليل**

قسم الفيزياء

كلية العلوم

جامعة الموصل

**Email:** malobayde@yahoo.com

(أستلم 13/ 3 / 2013 ؛ قُبل 4 / 8 / 2013)

**الملخص**

يهدف هذا البحث الى تقديم تفسير للتعجيل الكوني لأنموذج مشتق (أنموذج كون مسطح يحتوي على المادة والطاقة المظلمة $\Omega_{NR}+\Omega_{DE}=1$). يعتمد النموذج المشتق على نموذجيين مختلفين احدهما يحتوي على المادة فقط $\Omega_{NR}=1$ والثاني يحتوي على الطاقة المظلمة $\Omega_{DE}=1$ فقط. وقد اظهر النموذج المشتق تطابقاً جيداً مع البيانات المرصودة من السوبرنوفا نوع Ia. ربطت علاقات مسافة الإضاءة ومعامل المسافة (Distance Modulus)- للنماذج الثلاثة ورسمت مع الزحزحة الحمراء للبيانات الارصادية المعطاة، وأظهرت أن الأنموذج المسطح هو الأقرب إلى البيانات الارصادية. واتضح أن مقدار الكثافة النسبية للطاقة المظلمة $\Omega_{DE}$ اكبر من مقدار الكثافة النسبية للمادة $\Omega_{NR}$. وعدت هذه النتيجة تفسيراً للتعجيل الكوني الناتج من وجود الطاقة المظلمة.

**الكلمات الدالة**: نسبية عامة، كون معجل، نماذج كونية، طاقة مظلمة.

---

# A Proposed Cosmological Model to Explain the Accelerating Expansion and its Coincidence with the Observational Data

**Muayyad A. Al-Obayde** **Saja E. Khaleel**

*Department of Physics*

*College of Science*

*University of Mosul*

**ABSTRACT**

The aim of this research is to provide an explanation for the cosmic acceleration of a derived model (flat model which contains both matter and dark energy ($\Omega_{NR} + \Omega_{DE} = 1$). This model depends on two different models, one contains matter only $\Omega_{NR}=1$ while the other contains dark energy $\Omega_{DE} = 1$. The derived model shows a good matching with the observed data of supernovae type Ia. The relationships of the three models that link the illumination distance and distance modulus were drawn against redshift for the given observational data, which show that the flat universe is the closest to the observational data. It turned out that the amount of the relative density of the dark energy $\Omega_{DE}$ is larger than the amount of the relative density of matter $\Omega_{NR}$. This result is considered as an explanation of the cosmic acceleration due to the presence of dark energy

**Keywords**: General relativity, accelerating universe, cosmological models, dark energy.

---

## المقدمة

بعد اكتشاف الاتساع الكوني المعجل (Perlmutter *et al.*, 1999; Riess *et al.*, 1998) عن طريق قياس الزحزحة الحمراء لأطياف المجرات والقدر الظاهري للضوء القادم منها، قامت عدة مجاميع بحثية استكشافية بإجراء قياسات تفصيلية ودقيقـة لمسافـة الإضـاءة (Perlmutter and Schmidt, 2003) (Kirshner,1999) ولا تماثل الخلفية الكونية المايكروية (Spergel *et al*., 2003; Hu and Dodelson, 2002) والاهتزازات الصوتية الباريونية (White, 2005; Eisenstein *et al*., 2005) والانحناء الجذبي الضعيف (Huterer, 2002; Vanderveld, *et al*., 2012) لتعيين مقادير المعلمات الكونية وعلى وجه الخصوص كثافات المكونات الكونية، وحالة الكون - مسطحاً، أو مفتوحاً، أو مغلقاً - المقترنة بها، وثابت هابل، وعمر الكون، وتاريخ توسعه، وتحديد معادلة الحالة التي تحكم علاقة الكثافة بالضغط ومعدل توسع الكون ومدى تغيرهما عبر الزمن منذ نشأة الكون وحتى الآن وذلك لتقديم تفسير للسلوك غير المتوقع للكون، والمعارض للفهم السائد للكون وتطوره وفق معايير ومفاهيم النظرية النسبية العامة، وحلول فريدمان لمعادلات المجال الجذبي القائمة على افتراض كون متجانس ومتماثل. واستنادا على البيانات التي تم الحصول عليها من الاستكشافات والمسوح التي أجرتها مجاميع بحثية متعددة مثل (Supernova Cosmology Project, SCP) و(High-z Supernova Search Team) والتي أكدت بان الكون معجلٌ ومسطح ووضعت تفسيرات متعددة ومختلفة (Zhang, 2007; Popławski, 2006; Carroll *et al*., 2003) أبرزها وأكثرها قبولا اليوم التفسيرات القائمة على وجود طاقة مظلمة – لم تحدد ماهيتها - ذات ضغط سالب او جذب تنافري تشكل أكثر من ثلثي ما يتكون منه الكون (Silvestri and Trodden, 2009; Frieman *et al*., 2008) ولقد سعى هذا البحث إلى اقتراح نموذج لكون مسطح مكون من المادة غير النسبية والطاقة المظلمة ومطابقته مع البيانات الارصادية. من خلال مطابقة الرسم البياني للمعادلتين (9) ,(12) التي توصل إليهما البحث لوصفه، مع البيانات التي حصلنا عليها من موقع (The Union 2 compilation) والخاصة بالزحزحة الحمراء وأقدار الضوء للسوبرنوفا نوع (Ia) و ما يعرف بمعامل المسافة (Distance Modulus).

**مسافة الإضاءة و الزحزحة الحمراء الكونية**

تعتمد الدراسات الفلكية والكونية -على الخصوص منها تلك المعنية بالاتساع الكوني- على مرصودين أساسيين، الأول هو أقدار الضوء المرصودة من مكونات الكون وعلى الخصوص السوبرنوفا نوع (Ia) لأنها تمتلك قدرا مطلقا ثابتا M جعلها واحدة من الشمعات القياسية Standard Candles، كما أنها مصدر الدليل الأقوى لظاهرة الاتساع الكوني المعجل، والتي تحسب منها مسافة الإضاءة $d_L$، التي هي مسافة ابتعاد أي نجم وتحسب بدلالة فيض الضوء القادم منه استنادا إلى– قانون التربيع العكسي ( $F=\frac{L}{4\pi d_L^2}$ ) حيث F الفيض المرصود من نجم ذي لمعان L - ويمكن كتابتها أيضا:

$$m(z)=\mu+5\log(\frac{H_0 d_L(z)}{c}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

حيث تمثل ($H_o$) ثابت هبل، و m(z) القدر الظاهري لضوء السوبرنوفا نوع Ia، وتعرف µ (Padmanabhan, 2003)

$$\mu = M - 5\log h + 42.38 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$h=H_0/100$

ويمكن أن نحصل من المعادلتين (1, 2) على معادلة أقدار الضوء أو معامل المسافة - كما مبين في الملحق **- 1- :**

$$m - M = 5\log d_L + 24.99 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

التي يمكن كتابتها بالصيغة

$$d_L = 10^{\left(\frac{m-M-24.99}{5}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4)$$

التي استخدمها البحث لحساب مسافة الإضاءة من أقدار الضوء المرصودة. الجدول (1).

**الجدول 1: بيانات الزحزحة الحمراء للسوبرنوفا Ia مع قدر الضوء ومسافة الإضاءة**
**http://supernova.lbl.gov/Union**

| SN Ia Name | Red Shift (z) | Distance Modulus (m-M) | Luminosity Distance $d_L$ (Mpc) |
|---|---|---|---|
| 1993ah | 0.02 | 35.34 | 117.48 |
| 2006bw | 0.03 | 35.62 | 133.65 |
| 1993ag | 0.05 | 36.68 | 211.83 |
| 2005ag | 0.08 | 37.68 | 345.14 |
| 2005fn | 0.09 | 38.17 | 432.51 |
| 2005hn | 0.1 | 38.63 | 534.56 |
| 2005gw | 0.25 | 40.74 | 1412.53 |
| 1996j | 0.3 | 40.96 | 1563.14 |
| 2005hw | 0.4 | 41.84 | 2344.22 |
| 1997ai | 0.45 | 41.83 | 2333.45 |
| 1997cj | 0.5 | 42.36 | 2978.51 |
| 1998bi | 0.75 | 43.24 | 4466.83 |
| 03D1fq | 0.8 | 43.71 | 5546.25 |
| 2001hu | 0.88 | 43.97 | 6251.72 |
| 04Man | 0.85 | 43.60 | 5272.22 |
| 03D4di | 0.9 | 43.63 | 5345.64 |
| 04D3lp | 0.95 | 44.18 | 68886.52 |

أما المرصود الثاني فهو مقدار الزحزحة الحمراء الكونية (z) الناتجة عن اتساع الكون الذي يمثله رياضيا التغير في عامل المعيار ( Scale Factor) (a)، ( $z=\frac{a_0}{a_t}-1$ ) حيث تمثل $a_0$ عامل المعيار عند الزمن الحالي و $a_t$ قيمته عند اي زمن.

ترتبط مسافة الإضاءة مع الزحزحة الحمراء من خلال عامل المعيار ومعدل الاتساع بعلاقات تعتمد على الكثافة النسبية (Ω) لمكونات الكون - التي هي نسبة كثافة المكون الكوني المعين $\rho$ إلى الكثافة الحرجة للكون $\rho_c$ ( $3H_0^2/8\pi G$ = $\rho_c$ ) -. وبالإمكان الحصول على معادلة تربط مسافة الإضاءة بالزحزحة الحمراء من المعادلات (Goobar and Perlmutter, 1995)

$$d_L(z)=(1+z)\int_0^z \frac{dz}{H(z)}$$

$$H(z)=H_0(\Omega_{NR}(1+z)^3+\Omega_{DE})^{1/2}$$

$$d_L(z)=(1+z)\int_0^z \frac{dz}{H_0(\Omega_{NR}(1+z)^3+\Omega_{DE})^{1/2}} \qquad (5)$$

وباستخدام (5) في (3) نحصل على

$$m-M = 5\log[\,(1+z)\int_0^z \frac{dz}{H_0(\Omega_{NR}(1+z)^3+\Omega_{DE})^{1/2}} + 24.99 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

التي تربط المرصودين، قدر الضوء، والزحزحة الحمراء. و تُظهر تأثير الكثافات النسبية للمكونات الكونية في علاقة المرصودين.

يعد حل تكامل مسافة الإضاءة في المعادلة (5) من المسائل القديمة الجديدة في علم الكون نظرا لتباينات الحلول التي يمكن الوصول إليها من الشروط الحدودية (Boundary Conditions) الكثيرة الممكنة – انظر كثرة الحلول واختلافاتها في (Kantowski *et al.*, 2000)- ولقد تم حل التكامل افتراض كون يتكون من المادة فقط حيث ($\Omega_{NR}=1, \Omega_{DE}=0$)
(Sahni and Starobinsky, 2000; Padmanabhan, 2003; Sami, 2009).

$$d_L^{NR} = 2cH_0^{-1}[(1+z)-(1+z)^{1/2}] \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

تمثل c سرعة الضوء.

ثم حله بافتراض كون يتكون من الطاقة المظلمة او طاقة الفراغ فقط (كون دي-ستر) ($\Omega_{NR}=0, \Omega_{DE}=1$) والحصول على:

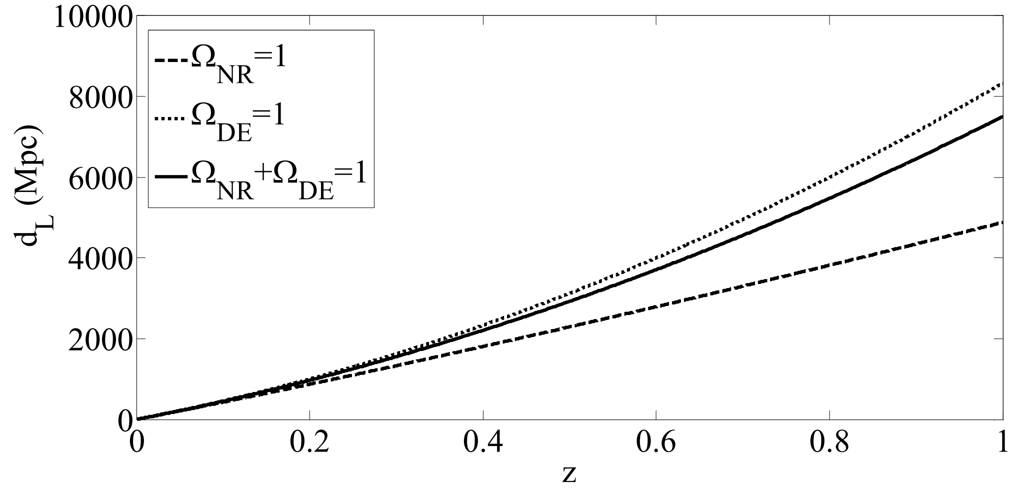
$$d_L^{DE} = cH_0^{-1} z(1+z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

من حلي كون الطاقة المظلمة والكون المادي توصل البحث الى حل لكون مكون من المادة والطاقة المظلمة (Kantowski *et al.*, 2000) اذ يمكن من المعادلتين (7,8) الحصول على معادلة اعم تحوي كثافتي المادة والطاقة المظلمة. بضرب المعادلة (7) بالكثافة النسبية للمادة $\Omega_{NR}$. والمعادلة (8) بالكثافة النسبية للطاقة المظلمة $\Omega_{DE}$ ومن ثم جمعهما للحصول على المعادلة:

$$d_L^{NR+DE} = cH_0^{-1}[2\Omega_{NR}\{(1+z)-(1+z)^{1/2}\}+\Omega_{DE} z(1+z)] \quad \ldots\ldots (9)$$

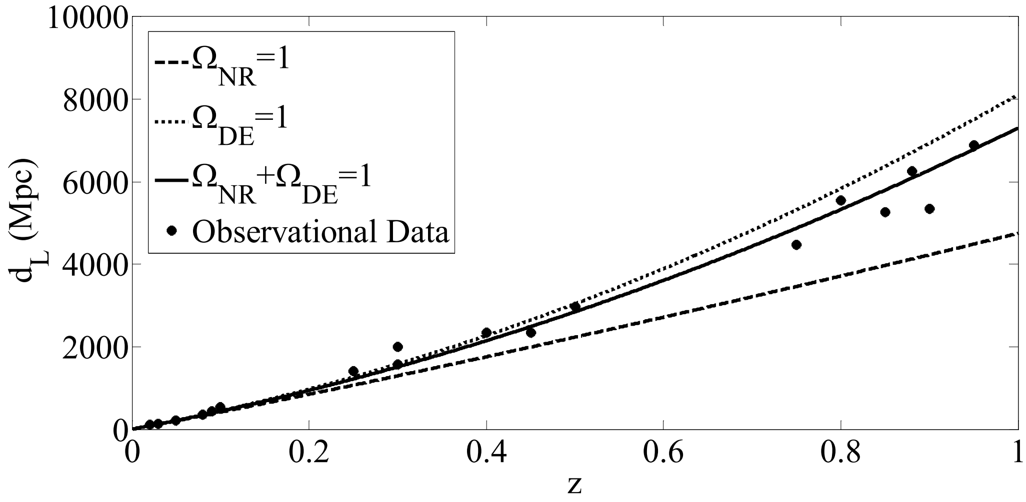
التي تصف العلاقة بين مسافة الاضاءة والزحزحة الحمراء الكونية لكون مسطح ($\Omega_{NR}+\Omega_{DE}=1$) يحوي الطاقة المظلمة والمادة. وتؤدي الى المعادلة (7) عندما ($\Omega_{NR}=1, \Omega_{DE}=0$) وتؤدي الى المعادلة (8) عندما ($\Omega_{NR}=0, \Omega_{DE}=1$).

ولبيان التغاير النظري للزحزحة الحمراء مع مسافة الإضاءة في كل نموذج كوني اعتمادا على المعادلة التي تم التوصل إليها (Kantowski *et al.*, 2000) رسمت المعادلات (7,8,9) للمدى ($z<1$)، الشكل (1). و اظهرت اشكال المنحنيات اتفاقا مع منحنيات (Sahni and Starobinsky, 2000; Padmanabhan, 2003; Copeland *et al.*, 2006) وهو ما يدعم صحة المعادلة (9).




**الشكل 1: علاقة مسافة الإضاءة مع الزحزحة الحمراء للمدى (z<1) لثلاث نماذج كونية**
**($\Omega_{NR}$=0.24, $\Omega_{DE}$ =0.76)و ($H_0$=74 Km $sec^{-1}$ $Mpc^{-1}$ )**

ولاختيار افضل نموذج كوني يتطابق مع البيانات الارصادية رسمنا في الشكل (2) المعادلات (7,8,9) ومعها قيم مسافة الاضاءة المحسوبة من المعادلة (4). وظهر افضل تطابق لهذه البيانات مع أنموذج الكون المسطح ($\Omega_{NR}$+ $\Omega_{DE}$=1).




**الشكل 2: البيانات الارصادية-الجدول-1- مع منحنيات مسافة الإضاءة والزحزحة الحمراء للمدى**
**(z<1) ($H_0$=74 Km $sec^{-1}$ $Mpc^{-1}$ ) و($\Omega_{NR}$=0.24, $\Omega_{DE}$ =0.76)**

## معامل المسافة والزحزحة الحمراء

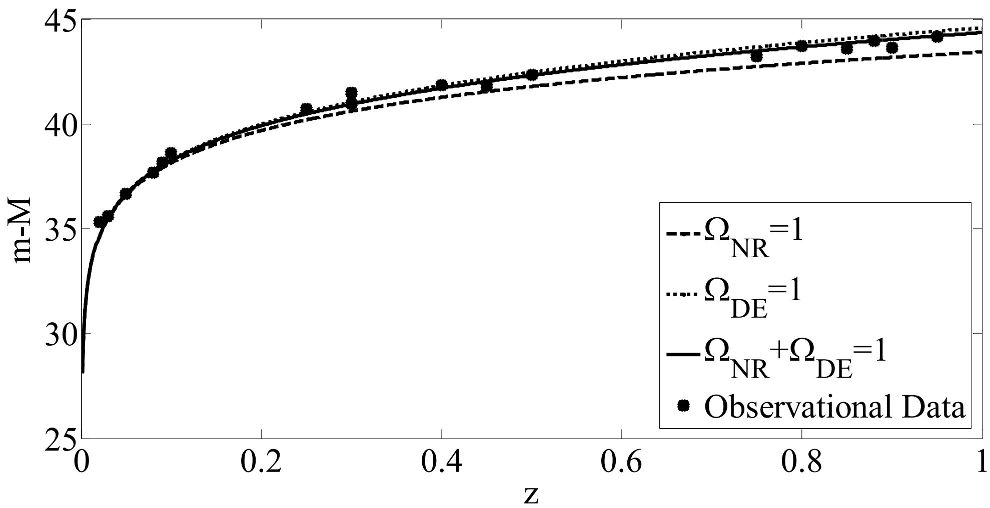
للحصول على علاقات تربط معامل المسافة و الزحزحة الحمراء للنماذج الكونية الثلاثة تعوض المعادلات (7,8,9) في المعادلة (6)، انظر الملحق الرياضي (1)، فنصل الى المعادلات:

$$(m-M)_{NR} = 5\log[2cH_0^{-1}\{(1+z)-(1+z)^{1/2}\}]+24.99 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

$$(m-M)_{DE} = 5\log[cH_0^{-1} z(1+z)]+24.99 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

$$(m-M)_{NR+DE} = 5\log\{cH_0^{-1}[2\Omega_{NR}\{(1+z)-(1+z)^{1/2}\}+\Omega_{DE} z(1+z)]\}+24.99 \quad \ldots\ldots\ldots(12)$$

التي تصف النماذج الكونية الثلاثة. ورسمت المعادلات (10,11,12) مع البيانات الارصادية من الجدول (1) كما مبين في الشكل (3) الذي يظهر مدى التطابق بين البيانات الارصادية والأنموذج الكوني الذي تمثله المعادلة (12).




**الشكل 3: البيانات الارصادية مع منحنيات معامل المسافة والزحزحة الحمراء للمدى (z<1)**
**($\Omega_{NR}$=0.24, $\Omega_{DE}$ =0.76)و ($H_0$=74 Km sec$^{-1}$ Mpc$^{-1}$ )**

## النتائج و المناقشة

يوضح الشكل (1) الاتساع الكوني من خلال شكل تغاير مسافة الاضاءة مع الزحزحة الحمراء الذي هو تغاير لا خطي، بمعنى ان الزيادة في مقدار الزحزحة الحمراء- التي هي معيار لسرعة الاتساع - ليست ثابتة مع مسافة الإضاءة. أي إن سرعة الاتساع ليست ثابتة. و يشير الازدياد الكبير في مسافة الإضاءة إلى اتساع كوني معجل في الحالتين - ($\Omega_{NR}$=0, $\Omega_{DE}$ =1) و($\Omega_{NR}$+ $\Omega_{DE}$=1). وهو ما يتفق مع الارصادات الحالية للكون (Perlmutter *et al*., 1999; Riess *et al*., 1998). ويظهر الشكل (2) تطابق البيانات الارصادية مع الأنموذج الذي تصفه – المعادلة (9) - مما يدعم صحة هذه المعادلة، والتي تعني بان وجود الطاقة المظلمة يمكن أن يفسر السلوك الكوني - الاتساع المعجل-. ويظهر الشكل (3) تطابق بيانات

المرصودين الزحزحة الحمراء و معامل المسافة – المعادلة 12 - مع الأنموذج الكوني المكون من ($\Omega_{NR}$=0.24, $\Omega_{DE}$ =0.76) وهذا يعني ان هذه النسب تمثل افضل نسب للطاقة المظلمة والمادة في الكون المسطح المكون منهما، ويماثل الشكل (3) الإشكال المناظرة له في عدة أعمال (Riess *et al*., 1998; Perlmutter *et al*., 1999; Padmanabhan, 2003; Riess *et al*., 2004; Zakhrov and Pervushin, 2010; Conley *et al*., 2011).

## المصادر


Carroll, S. M.; Duvvuri, V.; Trodden, M. ; Turner, M.S. (2003). Is Cosmic Speed-Up Due to New Gravitational Physics. *Phys. Rev.*, ***D*70**, 043528.

Conley, A.; Guy, J.; Sullivan, M.; Regnault, N.; Astier, P.; Balland, C.; Basa, S.; Carlberg, R.G.; Fouchez, D.; Hardin, D.; Hook, I.M.; Howell, D.A.; Pain, R.; Palanque-Delabrouille, N.; Perrett, K.M.; Pritchet, C.J.; Rich, J.; Kleider, R.V.; Balam, D.; Baumont, S.; Ellis R.S.; Fabbro S.; Fakhouri, H.K.; Fourmanoit, N.; Gonzalez, G. S.; Graham, M.L.; Hudson, M.J.; Hsiao, E.; Kronborg, T.; Lidman, C.; Mourao, A. M.; Neill, J.D.; Perlmutter, S.; Ripoche, P.; Suzuki, N.; Walker, E.S. (2011). Supernova Constraints and Systematic Uncertainties from the First 3 Years of the Supernova Legacy Survey, *ApJS* , **192**, 1.

Copeland, E.J.; Sami, M.; Tsujikawa, S. (2006). Dynamics of dark energy. *Int. J. Mod. Phys*., **D15**,1753.

Eisenstein, D.J.; Zehavi, I.; Hogg, D.W.; Scoccimarro, R.; Blanton, M.R.; Nichol, R.C.; Scranton, R.; Seo, H.J.; Tegmark, M.; Zheng, Z.; Anderson, S.F.; Annis, J.; Bahcall, N.; Brinkmann, J.; Burles, S.; Castander, F.J.; Connolly, A.; Csabai, I.; Doi, M.; Fukugita, M.; Frieman, J.A.; Gunn, K.G.; J.E., Hendry, J.S.; Hennessy, G.; Ivezi´c, Z.; Kent, S.; Knapp G.R.; Lin, H.; Loh, Y.Sh.; Lupton, R.H.; Margon, B.; McKay, T.A.; Meiksin A.; Munn, J.A.; Pope A.; Richmond, M.W.; Schlegel, D.; Schneider, D.P.; Shimasaku, K.; Stoughton, Ch.; Strauss., M.A.; Subba, R.M.; Szalay, A.S.; Istv´anSzapudi; Tucker, D.L.; Yanny, B.; York, D.G.; (2005). Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. *Astrophys. J*., **633**, 560.

Frieman, A.; Turner, S.; Huterer, D. (2008). Dark Energy and the Accelerating Universe. *Annu. Rev. Astron. Astrophys*, **46**, 385–432.

Goobar, A.; Perlmutter, S. (1995). Feasibility of the Cosmological Constant Λ and Mass Density Ω Using Type Ia Supernovae. *Astrophys. J*., **450**,14-18.

http://supernova.lbl.gov/Union.

Hu, W.; Dodelson, S. (2002). Cosmic Microwave Background Anisotropies. *Annu. Rev. Astron. Astrophys*., **40**,171.

Huterer, D. (2002).Weak Lensing and Dark Energy. *Phys. Rev*. D **65**, 063001.

Kantowski, R.; Kao, J.K.; Thomas, R.C. (2000). Distance –redshift relations in inhomogeneous Friedmann-Lemaitre – Robertson walker cosmology. *Astrophysical J.,* **545**, 549-560.

Kirshner, P. (1999). Supernovae an accelerating Universe and the and the cosmological constant. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*., **96**, 4224–4227.

Padmanabhan, T. (2003). Cosmological Constant - the Weight of the Vacuum. *Phys. Rept*., **380**, 235-320.

Perlmutter, S.; Aldering, G.; Goldhaber, G.; Knop, R.A; Nugent, P.; Castro, P.G.; Destua, S.; Fabbro, S.; Goobar. A.; Groom, D.E.; Hook, M.; Kim, A.G.; Kim, M.Y.; Lee, J.C.; Nunes, N.J.; Pain, R.; Pennypacker; C.R.; Quimby, R.; Lidma, C.; Ellis, R.S.; Irwin, M.; Mcmahon, R.G.; Ruiz-Lapuente, P.; Walton, N.; Schaefer, B.B.; Boyle, J.; Filippenko, A.V.; Matheson, T.; Fruchter, A.S.; Panagia, N.; Newberg, H.J.M.; Ouch, W.J. (1999). The measurement of Omega and Lambda from 42 high redshift supernova. *Astrophysical J.*, **517**, 565-586.

Perlmutter, S.; Schmidt, B.P. (2003). Measuring cosmology with Supernovae. *Lecture Notes in Physics*, **598**,195– 217.

Popławski, N.J. (2006). Acceleration of the universe in the Einstein frame of a metric-affine f(R) gravity. *Class. Quantum Grav*., **23** , 2011–2020.

Riess, A.G.; Filippenko, A.V.; Challis, P.; Clocchiatti, A.; Diercks, A.; Garnavich, P.M.; Gilliland, R.L.; Hogan, C.J.; Jha, S.; Kirshner, R.P.; Leibundgut, B.; Phillips, M. M.; Reiss, D.; Schmidt, B.P.; Schommer, R.A.R.; Smith, C.; Spyromili, J.; Stubbs C.; Suntzeff, N.B.; Tonry, J. (1998). Observational evidence from supernova for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, **116**,1009-1038.

Riess, A.; Strolger, L.G.; Tonry, J.; Casertano, S.; Ferguson, H.C.; Mobasher, B.; Challis, P.; Filippenko, A.V.; Jha, S.; Li, W.; Chornock, R.; Kirshner, R.P.; Leibundgut, B.; Dickinson, M.; Livio, M.; Giavalisco, M.; Steidel, C.C.; Benı´tez, T.; Tsvetanov, Z. (2004). Type Ia Supernovae discoveries at $z > 1$ from the hubble space telescope: evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution. *Astrophys. J.* , **607**, 665–687.

Sahni, V.; Starobinsky, A. (2000). The Case for a Positive Cosmological $\Lambda$-term. *Int. J. Mod. Phys*., **D 9**, 373-444.

Sami, M. (2009). A primer on problems and prospects of dark energy. *Current Sci*., **97**, 6-25.

Silvestri, A.; Trodden, M. (2009). Approaches to Understanding Cosmic Acceleration. *Rept. Prog. Phys*., **72**, 096901

Spergel, D.N.; Verde, L.; Peiris, H.V.; Komatsu, E.; Nolta, M.R.; Bennett, C.L.; Halpern, M.; Hinshaw, G.; Jarosik, N.; Kogut, A.; Limon, M.; Meyer, S.S.; Page, L.; Tucker, G.S.; Weiland, J.L.; Wollack, E.; Wrigh, E.L. (2003). First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: determination of cosmological parameters. *Astrophys. J. Suppl*., **148**,175.

Vanderveld, R.A.; Mortonson, M.J.; Hu, W.; Eier, T. (2012). Testing dark energy paradigms with weak gravitational lensing. *Phys. Rev*., **D**(**85**), 103518.

White, M. (2005). Baryon oscillations. *Astropart. Phys*., (24), 334-344.

Zakhrov, A.F.; Pervushin, V.N. (2010). Conformal cosmological model parameters with distance SNe Ia Data: "GOLD" and "SILVER". *Int. J. Mod. Phys.,* D **19**, 1875.

Zhang, D. (2007). New explanations to the accelerating expansion of our universe: it might be caused from the collision between two universal black holes in their early years. *Nature and Sci*., **5**(3), 20-29.

## الملحق 1: استنتاج علاقة معامل المسافة لثلاث نماذج كونية

باستخدام المعادلة:

$$m(z) = \mu + 5\log(\frac{H_0 d_L(z)}{c}) \quad \ldots\ldots(1)$$

وتعرف μ

$$\mu = M - 5\log h + 42.38 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$h = H_0/100$$

نعوض المعادلة (2) في المعادلة (1)

$$m = M - 5\log h + 42.38 + 5\log\left(\frac{H_0 d_L(z)}{c}\right)$$

$$m - M = 5\left(-\log h + \log H_0 + \log\frac{d_L(z)}{c}\right) + 42.38$$

$$m - M = 5\left(-\log h + \log 100h + \log\frac{d_L(z)}{c}\right) + 42.38$$

$$m - M = 5\left(-\log h + 2 + \log h + \log\frac{d_L(z)}{c}\right) + 42.38$$

$$m - M = 5\log\frac{d_L(z)}{c} + 52.38$$

نعوض عن سرعة الضوء $c=3\times10^5$(Km/sec)

$$\log c = \log(3\times10^5) = \log 3 + 5 = 5.477$$

$$m - M = 5\log d_L + 52.38 - 27.385$$

$$m - M = 5\log d_L + 24.99 \quad \ldots\ldots (3)$$

وبذلك نستطيع حساب معامل المسافة لثلاث نماذج كونية

$$(m-M)_{NR} = 5\log[2cH_0^{-1}\{(1+z)-(1+z)^{1/2}\}] + 24.99 \quad \ldots\ldots(4a)$$

$$(m-M)_{DE} = 5\log[cH_0^{-1}\, z(1+z)] + 24.99 \quad \ldots\ldots (5a)$$

$$(m-M)_{NR+DE} = 5\log\left\{cH_0^{-1}[2\Omega_{NR}\{(1+z)-(1+z)^{1/2}\} + \Omega_{DE} z(1+z)]\right\} + 24.99 \quad \ldots\ldots(6a)$$